සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / All Rights Reserved]

කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, හොරණ
ZONAL EDUCATION OFFICE - HORANA

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2023
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2023
13 ශ්‍රේණිය-අවසාන වාර පරීක්ෂණය, 2023 නොවැම්බර්
Grade 13 - Year End Evaluation, November 2023

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Mathematics II

10 S II

23' AL API (PAPERS GROUP)

B කොටස

*ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11.(*a*) A හා B දුම්රිය ස්ථාන දෙකක් අතර දුර $d\ km$ වේ. $u\ kmh^{-1}$ වේගයෙන් A පසුකරන P දුම්රියක් $a\ km$ දුරක් යන තුරු එම වේගය පවත්වා ගෙන ගොස් ඉන්පසු ඒකාකාර ලෙස මන්දනය වී B හි දී නිසලතාවයට පත්වේ. P දුම්රිය A පසුකර ගෙන යාමට පැය T කාලයකට පෙර A හි දී නිශ්චලතාවයේ සිට පිටත් වන Q දුම්රියක් එක්තරා කාලයක් ඒකාකාර ලෙස ත්වරණය වී $\lambda u\ kmh^{-1} (\lambda < 1)$ වේගයක් ලබාගත් මොහොතේ සිට ඒකාකාර ලෙස මන්දනය වී P දුම්රිය පැමිණෙනවාත් සමග B හි දී එකවර නිශ්චලතාවයට පත් වේ.

P හා Q දුම්රිය දෙකේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර, එකම රූප සටහනක අඳින්න.

ඒ නයින්, i) $T = \dfrac{2d}{\lambda u} + \dfrac{a}{u} - \dfrac{2d}{u}$ බව ද

ii) P දුම්රියේ මන්දනය $\dfrac{u^2}{2(d-a)} kmh^{-2}$ බව ද

iii) Q දුම්රියේ ත්වරණය හා මන්දනය පිළිවෙළින් $f_1 kmh^{-2}$ හා $f_2 kmh^{-2}$ නම්

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{2d}{\lambda^2 u^2}$$ බව ද පෙන්වන්න.

(*b*) සතුරු බෝට්ටුවක් ඊට බටහිරින් 30^0 ක් උතුරින් $d\ km$ දුරක් ඈතින් පිහිටි නැවක් දකියි. මෙම නැව $u\ kmh^{-1}$ වේගයකින් නැගෙනහිරට ගමන් කරයි. නැව හමුවීම සඳහා සතුරු බෝට්ටුව $v\ kmh^{-1}$ නියත වේගයකින් ගමන් කරයි.

(*i*) $v < \dfrac{u}{2}$ නම් සතුරු බෝට්ටුවට නැව වෙත ළඟා විය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

(*ii*) $\dfrac{u}{2} < v < u$ නම් සතුරු බෝට්ටුව නැව වෙත ළඟා වීමට ගත වන අවම කාලය

පැය $\dfrac{d}{2(u^2 - v^2)}\left(\sqrt{3}u - \sqrt{4v^2 - u^2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

12. (a) ප්‍රිස්මයක මධ්‍ය හරස්කඩ ABC ත්‍රිකෝණයකි. $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}, C\hat{A}B = \alpha\left(>\frac{\pi}{4}\right), AB = a$ වේ. ස්කන්ධය M වන ප්‍රිස්මය AB සුමට තිරස් මේසයක් ස්පර්ශ කරමින් නිසලව පවතියි. එකක ස්කන්ධය m වන සමාන අංශු දෙකක් C ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ තබා ප්‍රිස්මයේ CA, CB පාද ඔස්සේ පහළට ලිස්සා යෑමට ඉඩ හරිනු ලැබේ. $\sqrt{\frac{2g}{a}\cot\alpha}$ කාලයක් ප්‍රිස්මය නිසලව පවතින බව ද, ඉන් පසු $\frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\cos^2\alpha}$ ත්වරණයෙන් චලනය වන බව ද පෙන්වන්න.

(b) දිග a වූ AB ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක A කෙළවර අචල ව සවිකර B කෙළවරට m ස්කන්ධයක් ඈඳා තිබේ. තන්තුව නොබුරුල්ව, තිරස්ව පිහිටන සේ තබා මුදා හළ විට A ට සිරස්ව පහළින් B පිහිටන මොහොතේ දී තන්තුවේ C ලක්ෂ්‍යය ක්ෂණිකව අචල වේ. ඉන්පසු BC කොටස නොබුරුල්ව පවතින සේ m ස්කන්ධය C වටා යන්තමින් පූර්ණ වෘත්තයක් ගෙවා යයි.

i) $BC = \frac{2a}{5}$ බව පෙන්වන්න.

ii) C ට සිරස්ව ඉහළින් B පිහිටන විට m ස්කන්ධයෙහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

iii) m ස්කන්ධය, C වටා පූර්ණ සිරස් වෘත්තයක් ගෙවා යන විට තන්තුවේ උපරිම හා අවම ආතති සොයන්න.

23' AL API (PAPERS GROUP)

13. 0 අචල ලක්ෂ්‍යයක කෙළවරක් ගැටගසා ඇති ස්වභාවික දිග a වූ, සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවකින් ස්කන්ධය m වූ, P අංශුවක් එල්ලූ විට, තන්තුව $3a$ දිගක් ඇදෙයි. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය සොයන්න.
දැන් P අංශුව 0 අචල ලක්ෂ්‍යයට ගෙන ගොස් සීරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තුව යන්තමින් ඇදී ඇති විට P අංශුවේ ප්‍රවේගය සහ ඒ සඳහා ගතවන කාලය සොයන්න.

$x(>a)$ යනු t කාලයේදී තන්තුවේ දිග යැයි සිතමු. අංශුවෙහි ප්‍රවේගය $\dot{x}$ නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණයක් ලියන්න. එම සමීකරණය, $\ddot{y} + \frac{g}{2a}y = 0$ ආකාරයේ බව පෙන්වන්න. මෙහි $y = x - 3a$ වේ.

y සඳහා $y = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ ආකාරයේ විසඳුමක් උපකල්පනය කරමින් A, B, ω නියත සොයන්න.
ඒ නයින් y හි උපරිම අගය නිර්ණය කර ඒ සඳහා P අංශුවට ගතවන මුළු කාලය සොයන්න.
y හි උපරිම අගය ලබාගන්නා විට P අංශුව සර්වසම ස්කන්ධය m වූ, Q අංශුවක් සමග ගැටී බද්ධ වෙයි. සංයුක්ත අංශුවේ නාභිය සහ විස්තාරය සොයා 0 අචල ලක්ෂ්‍යයේ සිට $(7-2\sqrt{2})a$ දුරකදී එය ක්ෂණිකව නිසලතාවයට පත්වන බව පෙන්වන්න.

14. (a) O මූලයක් විෂයෙහි A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. $\overrightarrow{OA} = 2\overrightarrow{BC}$ වේ. OB රේඛාව $1:1$ අනුපාතයට ද, AC රේඛාව $2:1$ අනුපාතයට ද බෙදන ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් P හා Q වේ. Q හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{2}{3}(\underline{a}+\underline{b})$ බව පෙන්වන්න.

OQ හා AP රේඛා එකිනෙකට ලම්බක නම් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ දෛශික අතර කෝණය $\cos^{-1}\left(\frac{|\underline{b}|}{|\underline{a}|} - 2\frac{|\underline{a}|}{|\underline{b}|}\right)$ බව පෙන්වන්න.

දික් කරන ලද AO හා QP සරල රේඛා R හි දී ඡේදනය වෙයි නම් $AO:OR = 1:2$ හා $QP:PR = 1:3$ බව සාධනය කරන්න.

23' AL API (PAPERS GRO

(b) $ABCD$ යනු පාදයක දිග a හා $B\hat{A}D = 60^0$ වන රොම්බසයකි. විශාලත්ව $P, P, P, P, P, \sqrt{3}P$ හා $\sqrt{3}P$ වූ බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DE}$ හා $\overrightarrow{BF}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. මෙහි E හා F යනු පිළිවෙලින් AB හා CD පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ.

i) බල පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය $\sqrt{7}P$ බව පෙන්වා, එහි දිශාවත් ක්‍රියා රේඛාව AB ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍යයට B සිට දුරත් සොයන්න.

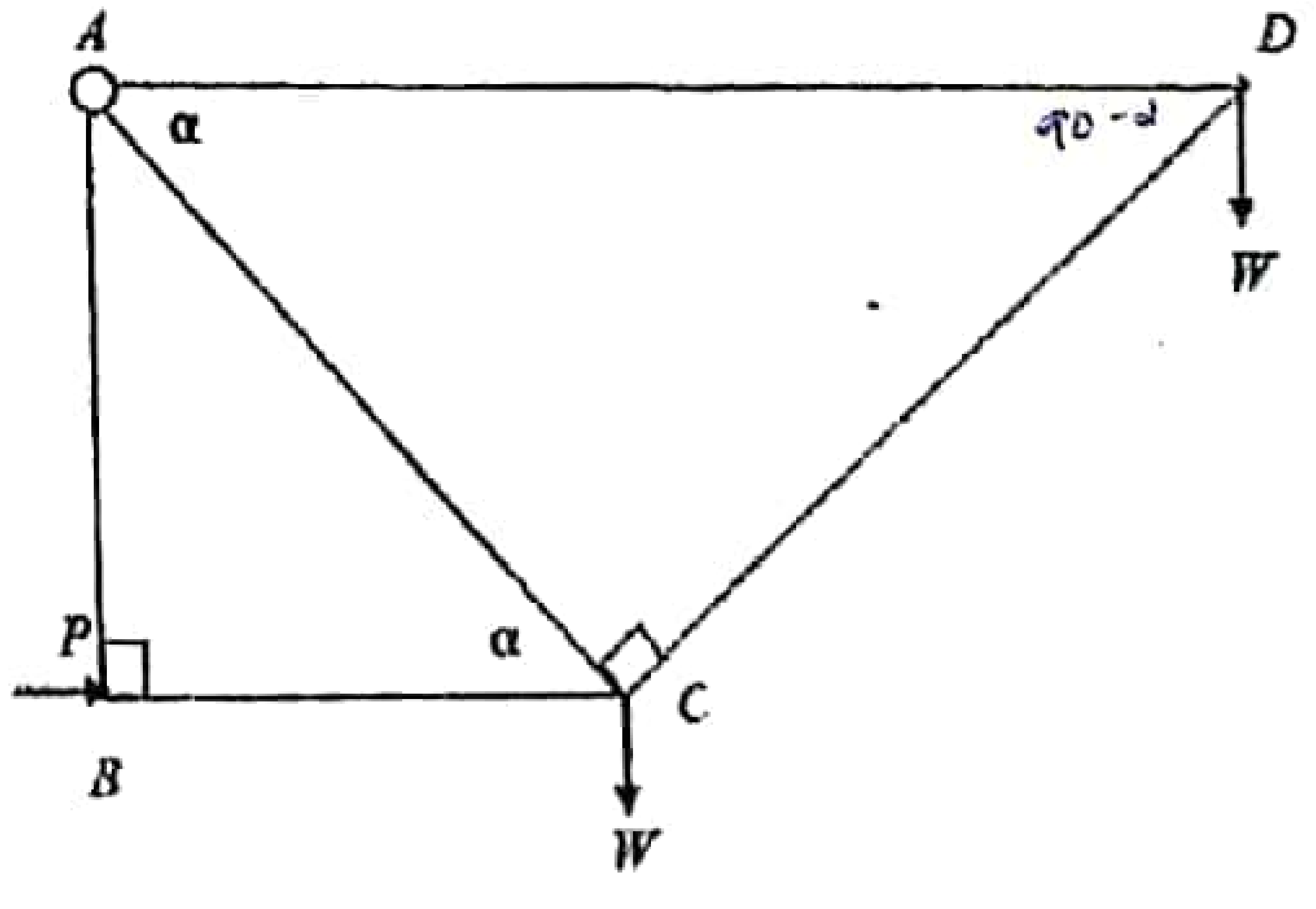
ii) දැන් බල පද්ධතියට එම තලයේම වූ බල යුග්මයක් ද AC හා BD ඔස්සේ ක්‍රියා කරන Q හා R බල දෙකක් ද යොදනු ලැබේ. නව පද්ධතිය සමතුලිතව පවතී නම් Q හා R බල දෙකේ විශාලත්ව P ඇසුරින් සොයා බල යුග්මයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

15. (a) පිළිවෙලින් $3a, 4a, 4a, 3a$ දිගැති AB, BC, CD හා DA ඒකාකාර දඬු හතරක් A, B, C, D ලක්ෂ්‍යවල දී සුමට ව අසව් කර තිබේ. දඬුවල a දිගක බර W වේ. $5a$ දිගැති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් A හා C සම්බන්ධ කර ඇත. පද්ධතිය A ගෙන් නිදහසේ එල්ලෙමින් පවතියි.

i) B සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න.

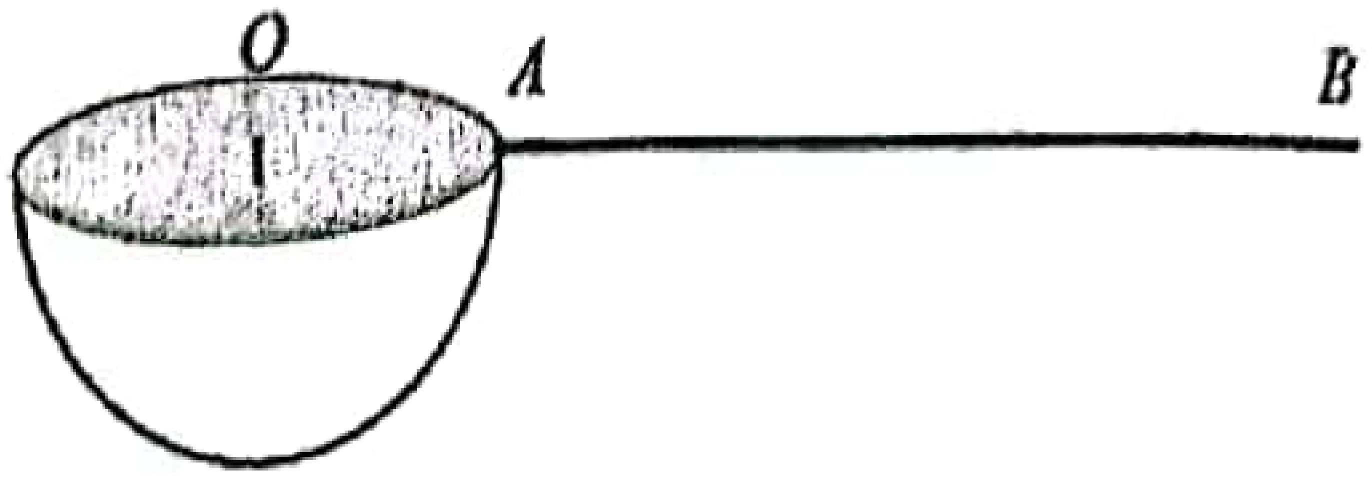
ii) AC තන්තුවේ ආතතිය $\frac{212}{25}W$ බව පෙන්වන්න.

(b) A, B, C හා D ලක්ෂ්‍යවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දක්වේ. A හි දී අචල ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ B හි දී යොදන ලද P තිරස් බලයක් මගිනි. BC හා DA දඬු තිරස් වන අතර C හා D ලක්ෂ්‍යවල W බැගින් වූ භාර යොදා ඇත. $A\hat{C}B = D\hat{A}C = \alpha$ වේ. $P = W\frac{(1+\cos^2\alpha)}{\sin\alpha\cos\alpha}$ බව පෙන්වන්න.



බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. AC දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය $3W$ නම් α හි අගය සොයන්න. අනෙක් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම්ද යන්න සඳහන් කරමින් ඒවායේ විශාලත්වය සොයන්න.

16. අරය r වූ ඒකාකාර තුනී කුහර අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{r}{2}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



කේන්ද්‍රය O හා අරය a වූ ඒකාකාර තුනී අර්ධ ගෝලාකාර කබොලකට රූපයේ පරිදි කබොලෙහි ගැටවෙහි A ලක්ෂ්‍යයට දිග $2l$ වූ ඒකාකාර සිහින් දණ්ඩක් දෘඪ ලෙස සවිකිරීමෙන් හැන්දක් සාදා ඇත. අර්ධ ගෝලයේ ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය $l\sigma$ ද, දණ්ඩේ ඒකක දිගක ස්කන්ධය σ ද වේ.

හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OA සිට පහළට $\frac{\pi a^3}{2(\pi a^2+1)}$ දුරකින්ද, O හරහා යන සිරස් රේඛාවේ සිට $\frac{a+l}{\pi a^2+1}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

හැන්ද, වක්‍රාකාර පෘෂ්ඨය සුමට තිරස් මේසයක් මත ගැටෙන සේ තැබූ විට, හැන්දේ මිටෙහි අග කෙළවර මේසයේ නොගැටී පැවතීමට නම් $\pi a^2 > 12\sqrt{6}$ විය යුතු බව පෙන්වන්න. මෙහි $l = 2a$ වේ.

17.(a) ශ්‍රී ලංකා ක්‍රිකට් කණ්ඩායමේ එක්දින තරගවල පන්දුවට පහර දුන් අවස්ථාවල දී කණ්ඩායමේ නායකයා ලබාගත් ලකුණු පිළිබඳ අතීත වාර්තා වලට අනුව පහත තොරතුරු අනාවරණය කර ගෙන ඇත. 10 ට අඩු ලකුණක් ලබා ගැනීම 40% හා 50ට වැඩි ලකුණක් ලබා ගැනීම 25% කි. 10 ට අඩු ලකුණක් ලබා ඇති විට තරගය ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{4}$ කි. 50 ට වැඩි ලකුණක් ලබා ගත් විට තරගය ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව $\frac{4}{5}$ කි. අතීත වාර්තා අනුව ඔහුගේ නායකත්වය යටතේ ශ්‍රී ලංකා ක්‍රිකට් කණ්ඩායම තරගයක් ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව 55% කි.

i) නායකයා තරගයක දී 10 ට වැඩි 50 ට අඩු ලකුණක් ලබා ඇති විට තරගය ජය ගැනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii) ශ්‍රී ලංකා ක්‍රිකට් කණ්ඩායම තරග ජයග්‍රහණයක් ලබා ඇති විට, නායකයා ලකුණු 10 ට වඩා අඩු ගණනක ට දැවියාමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) පුස්තකාලයක සවස් වරුවලදී පැමිණි පාඨකයන් පිළිබඳ වන සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ. එහි එක් සංඛ්‍යාතයක් අඩුව ඇත.

23' AL API (PAPERS

පාඨකයන් ගණන	2-8	9-15	16-22	23-29	30-36	37-43	44-50	51-57
දින ගණන	2	3	4	9	6	f	2	1

වැඩිම පාඨකයන් ගණනක් 23-29 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ ඇතැයි සලකා, ව්‍යාප්තියෙහි මාතය නිර්ණය කරන්න.

ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය 27.4 වන බව දනියි. 37-43 පන්තියේ මධ්‍ය අගය උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය ලෙස ගෙන f සොයන්න.

ඉහත දී ඇති ව්‍යාප්තියේ සම්මත අපගමනය (σ) නිමානය කරන්න.

කවද $k = \frac{\mu - M}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලබන කුටිකතා සංගුණකය k ගණනය කරන්න. මෙහි මධ්‍යන්‍යය හා මාතය පිළිවෙලින් μ හා M මගින් දැක්වෙයි.

***